

TP Observateur de Luenberger

BONVALET Renaud - DUMERIL Clément/ TP11

1 Première fonction de transfert

Soit la première fonction de transfert :

$$G(s) = \frac{5s + 1}{s^3 + 4s^2 + 2s + 1}$$

1.1 Représentation d'état

La fonction de transfert G est sous forme canonique observable, on peut donc identifier les coefficients des matrices d'une de ses représentations d'état.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = (0 \ 0 \ 1) \cdot x(t) + (0 \ 0 \ 0) \cdot u(t)$$

On a donc :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = (0 \ 0 \ 1) \quad D = (0 \ 0 \ 0)$$

1.2 Stabilité, commandabilité et observabilité

→ Stabilité

La stabilité du système peut être déterminée à l'aide de la matrice A de la représentation d'état précédente. Si toutes ses valeurs propres sont à partie réelle strictement négative alors le système est stable.

Nous déterminons le spectre de la matrice A à l'aide de Matlab :

```
>> A=[0 0 -1; 1 0 -2; 0 1 -4]
```

```
A =
```

```
    0    0   -1
    1    0   -2
    0    1   -4
```

```
>> eig(A)
```

```
ans =
```

```
-0.2442 + 0.4745i
-0.2442 - 0.4745i
-3.5115 + 0.0000i
```

FIGURE 1 – Spectre de A

Toutes les valeurs propres sont à partie réelle strictement négatives donc le système est stable.

→ Commandabilité et observabilité

La commandabilité et l'observabilité du système peuvent être déterminées à l'aide de la représentation d'état précédente soumise à la vérification du critère de Kalman.

```
>> Com= [B A*B A*A*B]
```

```
Com =
```

```
    1    0    -5  
    5    1   -10  
    0    5   -19
```

```
>> rank(Com)
```

```
ans =
```

```
    3
```

```
>> Obs=[C; C*A; C*A*A]
```

```
Obs =
```

```
    0    0    1  
    0    1   -4  
    1   -4   14
```

```
>> rank(Obs)
```

```
ans =
```

```
    3
```

FIGURE 2 – Commandabilité

FIGURE 3 – Observabilité

Les deux matrices sont de rang égal au degré du dénominateur de la fonction de transfert G donc le système est commandable et observable.

1.3 Simulation du système sur Simulink

Note : Dans toutes les simulations qui vont suivre, l'entrée est un échelon unitaire.

Après avoir constitué le schéma-bloc causal permettant d'appliquer une entrée à G et d'en observer la sortie sur Simulink on observe les courbes suivantes :

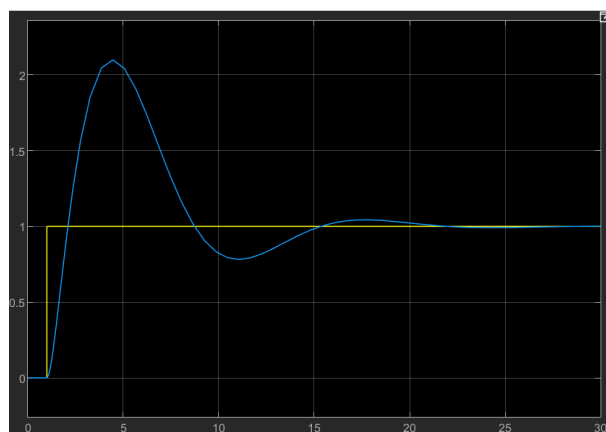


FIGURE 4 – Réponse indicielle

On remarque que le système converge, et qu'il semble tendre vers l'entrée imposée.

1.4 Détermination de la matrice L

On souhaite que les valeurs propres de $A-LC$ soient celles de A . Pour déterminer les composantes du vecteur L on utilise la fonction *place* avec x comme paramètre choisi arbitrairement égal à 2 qui est compris entre 1 et 10.

```
>> L=place(A', C', 2*eig(A))'
```

```
L =
```

```
7.0000
```

```
6.0000
```

```
4.0000
```

FIGURE 5 – Vecteur L

1.5 Réalisation de l'observateur de Luenberger

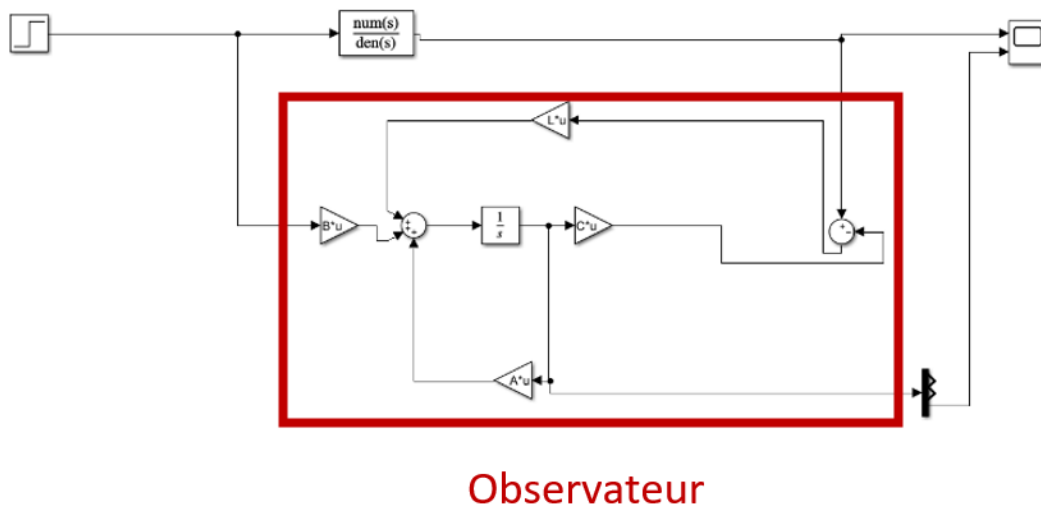


FIGURE 6 – Observateur de Luenberger

1.6 Observation et analyse de la réponse du système

Sur la figure 7 sont représentées la réponse du système, l'échelon d'entrée ainsi que la réponse de l'observateur. Les deux courbes de réponse sont parfaitement superposées : les deux réponses ont donc exactement les mêmes caractéristiques. Par analyse graphique, on peut noter que les réponses présentent **3 dépassements**, que l'amplitude maximale d'un dépassement est de **1,2** et que le **temps de réponse à 5%** est de **14s**.

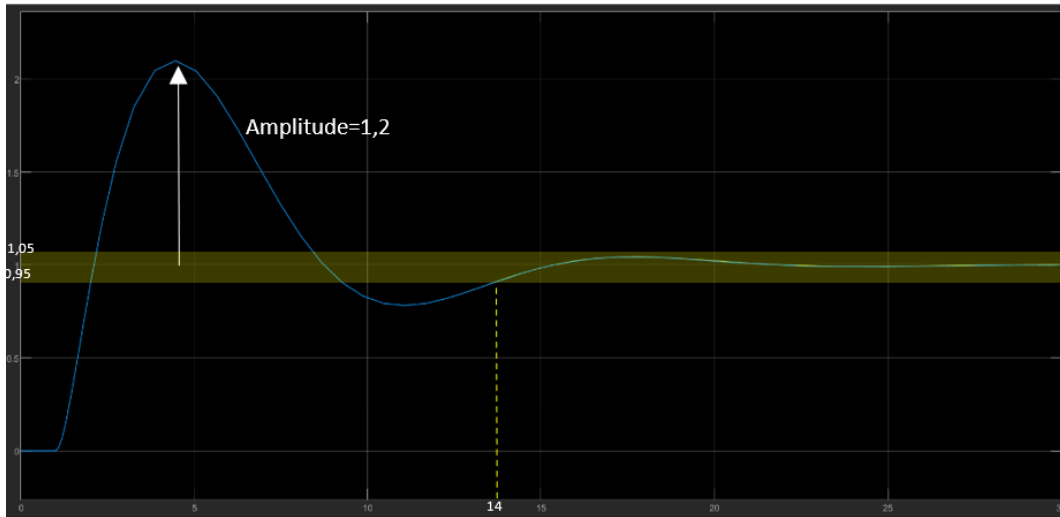


FIGURE 7 – Comparaison de la sortie du système avec celle de l'observateur avec conditions initiales nulles

A titre indicatif, la figure 8 représente la même simulation que sur la figure 7 mais avec une condition initiale différente dans l'intégrateur. On y voit bien que pour un temps T faible, il n'y a pas de superposition des courbes entre la sortie réelle du système et celle fournie par l'observateur.

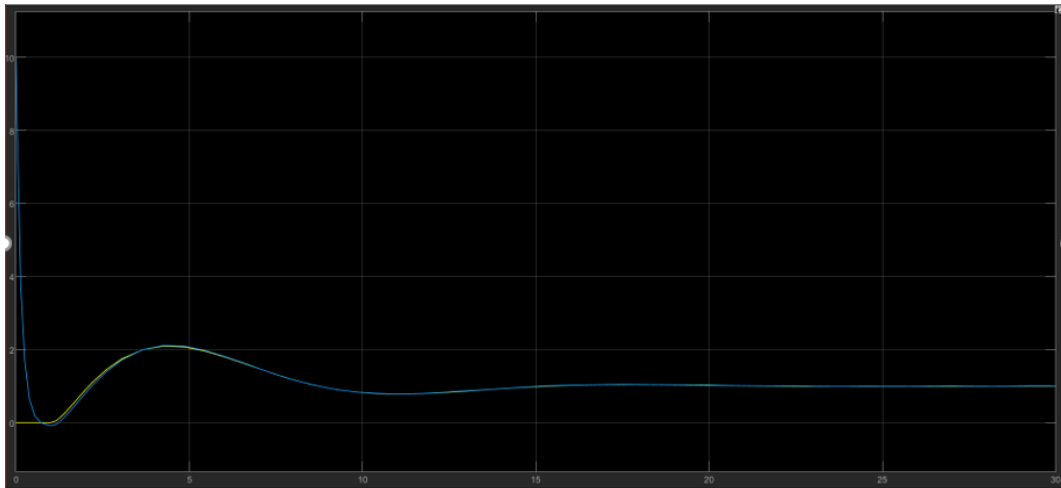


FIGURE 8 – Comparaison de la sortie du système avec celle de l'observateur avec conditions initiales non nulles

2 Seconde fonction de transfert

Soit la seconde fonction de transfert :

$$F(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

2.1 Représentation d'état

La fonction de transfert G est sous forme canonique observable, on peut donc identifier les coefficients des matrices d'une de ses représentations d'état.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = (0 \ 1) \cdot x(t) + (0 \ 0) \cdot u(t)$$

On a donc :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$C = (0 \ 1) \quad D = (0 \ 0)$$

2.2 Stabilité, commandabilité et observabilité

—> Stabilité

La stabilité du système peut être déterminée à l'aide de la matrice A de la représentation d'état précédente. Si toutes ses valeurs propres sont à partie réelle strictement négative alors le système est stable.

Nous déterminons le spectre de la matrice A à l'aide de Matlab :

```
A =  
  
    0    -1  
    1    -1  
  
>> eig(A)  
  
ans =  
  
-0.5000 + 0.8660i  
-0.5000 - 0.8660i
```

FIGURE 9 – Spectre de A

Toutes les valeurs propres sont à partie réelle strictement négatives donc le système est stable.

→ Commandabilité et observabilité

La commandabilité et l'observabilité du système peuvent être déterminées à l'aide de la représentation d'état précédente soumise à la vérification du critère de Kalman.

```
>> Com=[B A*B]
```

```
Com =
```

```
    1    -1  
    1     0
```

```
>> rank(Com)
```

```
ans =
```

```
    2
```

FIGURE 10 – Commandabilité

```
>> Obs=[C; C*A]
```

```
Obs =
```

```
    0     1  
    1    -1
```

```
>> rank(Obs)
```

```
ans =
```

```
    2
```

FIGURE 11 – Observabilité

Les deux matrices sont de rang égal au degré du dénominateur de la fonction de transfert F donc le système est commandable et observable.

2.3 Simulation du système sur Simulink

L'observation de la réponse du système est jointe avec celle de la question 6.

2.4 Détermination de la matrice L

On souhaite que les valeurs propres de A-LC soient celles de A. Pour déterminer les composantes du vecteur L on utilise la fonction *place* avec *x* comme paramètre choisi arbitrairement égal à 2 qui est compris entre 1 et 10.

```
>> L=place(A', c', 2*eig(A))'
```

```
L =
```

```
    3.0000  
    1.0000
```

FIGURE 12 – Vecteur L

2.5 Réalisation de l'observateur de Luenberger

Il reste inchangé.

2.6 Observation et analyse de la réponse du système

Sur la figure 14 sont représentées la réponse du système, l'échelon d'entrée ainsi que la réponse de l'observateur. Les deux courbes de réponse sont parfaitement superposées : les deux réponses ont donc exactement les mêmes caractéristiques. Par analyse graphique, on peut noter que les réponses présentent **3 dépassements**, que l'amplitude maximale d'un dépassement est de **0,3** et que le **temps de réponse à 5%** est de **5,5s**.

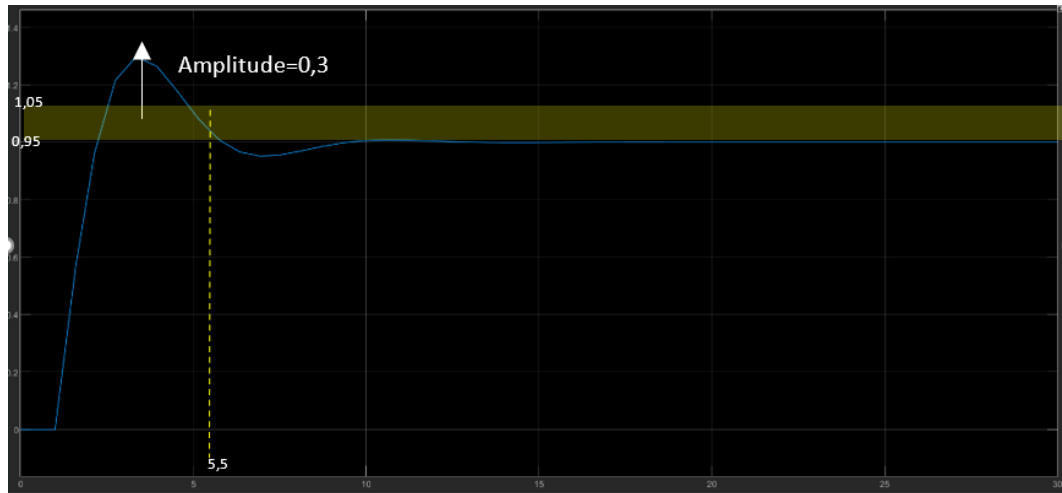


FIGURE 13 – Comparaison de la sortie du système avec celle de l'observateur avec conditions initiales nulles

Encore une fois, la figure 15 suivante témoigne bien que les courbes de la figure 14 sont superposées. En effet, lorsqu'on change les conditions initiales de l'intégrateur, les deux courbes ne sont plus parfaitement superposées (figure 8).



FIGURE 14 – Comparaison de la sortie du système avec celle de l'observateur avec conditions initiales non nulles