

TIPE: Filtrage acoustique des basses fréquences à l'aide d'un résonateur de Helmholtz

DUMERIL Clément
35025

Épreuve de TIPE

Session 2024

Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Etude du résonateur
- 3 Étude du système d'atténuation
- 4 Modulation de la fréquence propre du système
- 5 Conclusion

Introduction

Contextualisation

- Le ***droning*** est un son ***nuisible*** dont la fréquence se situe entre 150 Hz et 300 Hz.
- RH : résonateur de Helmholtz
- SRH : système d'atténuation composé du résonateur de Helmholtz
- DSRH : système d'atténuation composé d'un accouplement résonateur de Helmholtz

Problématique

Comment pouvons-nous, à partir de la théorie du résonateur de Helmholtz, construire un système silencieux performant et modulable ?



Figure – 1 – À gauche : Échappement de voiture, SRH, à droite : Résonateur de Helmholtz

Introduction

Diagramme d'exigences

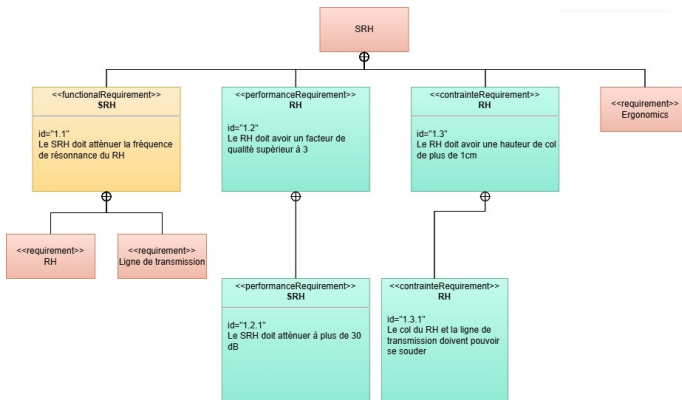


Figure – Diagramme d'exigences

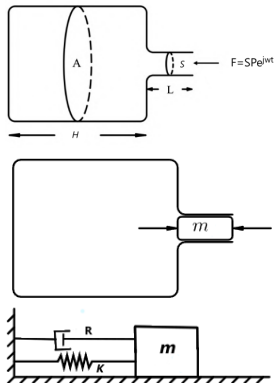


Figure – Modélisation

Notations

- V : Volume de la cavité
- ρ : La masse volumique de l'air
- K la constante de raideur de l'air $K = \frac{S^2 \rho c^2}{V}$
- m la masse d'air contenue dans le col $m = \rho S L$
- R : Résistance de perte radiative

I-Étude du résonateur

Résultats théoriques

Fréquence propre

$$f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{VL}} \quad (1)$$

Impédance acoustique

$$Z = \frac{P}{U} = \frac{R}{S^2} + j \frac{\rho L}{S\omega} (\omega^2 - \omega_0^2) \quad (2)$$

Facteur de qualité

$$Q = 2\pi \sqrt{V \left(\frac{L}{S}\right)^3} \quad (3)$$

I-Étude du résonateur

Protocole expérimental

Protocole

- Dimensionner des RH en PVC avec un grand facteur de qualité Q
- Placer le micro dans le RH f_0

Objectif

- Mesurer l'évolution de la pression acoustique dans le RH pour retrouver f_0



Figure – RH PVC

$V(cm^3)$	$L(cm)$	$r(mm)$	$f_0(Hz)$	Q
706 ± 6	1.61 ± 0.05	10.50 ± 0.03	$300Hz \pm 5$	40 ± 1

- **Micro** : *Behringer ECM8000* **carte son** : *audiobox go*

SPL

$$SPL = L_p + 20 \log_{10} \left(\frac{p}{p_0} \right)$$

SPL : Niveau de Pression Sonore en décibels (dB),

L_p : Niveau de pression acoustique de référence en dB,

p : Pression acoustique efficace du son en pascals,

p_0 : Pression de référence, généralement 20×10^{-6} pascals.

I-Étude du résonateur

Experience



Figure – Expérience-RH

I-Étude du résonateur

résultat expérimental

$$Q_{\text{exp}} = \frac{113}{316 - 295} = 5 \pm 1$$

Gain du RH

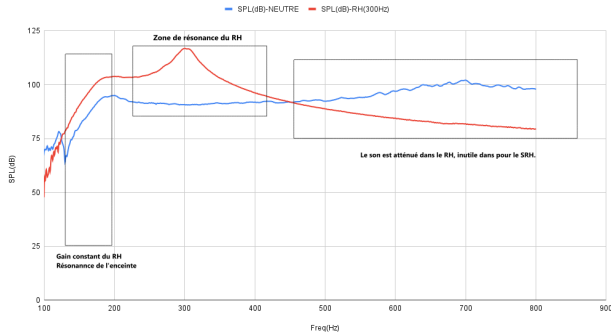


Figure – Gain du RH-EXP

I-Étude du résonateur

Régression linéaire de T_0^2

$f_0(\text{Hz})$	221.28	191.64	171.4	156.48	144.86	135.50	127.76
$L(\text{cm})$	3	4	5	6	7	8	9

Régression Linéaire

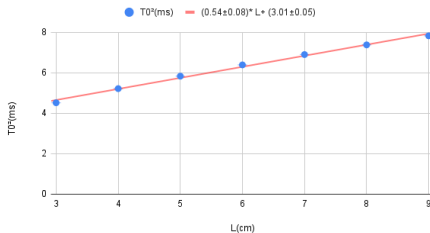


Figure – Régression linéaire

$$\text{Or } T_0^2 = \frac{2\pi^2}{c} \frac{VL}{S} \text{ AN } \frac{2\pi^2}{c} \frac{V}{S} = 0.69 \text{ s/m}$$
$$\text{Écart normalisé } z = \frac{0.54 - 0.69}{0.51} = 1.875$$

I-Étude du résonateur

Diagramme de bode

$$H(p) = \frac{\frac{pS}{\rho L \omega_0^2}}{1 + \frac{R}{\rho L S \omega_0^2} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

SPL-RH(300Hz)-THEORIQUE

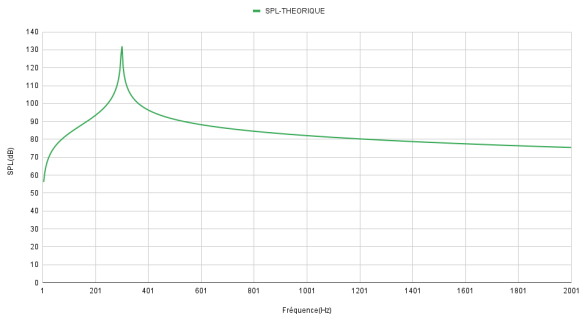


Figure – Tracé du gain RH avec python

équation linéarisée en vitesse de Navier Stokes

$$\rho \vec{a} = -g \vec{r} \text{ad} P + \rho \vec{g} - \eta \vec{\nabla} \vec{v} \vec{a} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{v} * g \vec{r} \text{ad} v)$$

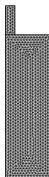


Figure – Maillage

I-Étude du résonateur

Résultat simulation

Résonance du RH sur COMSOL

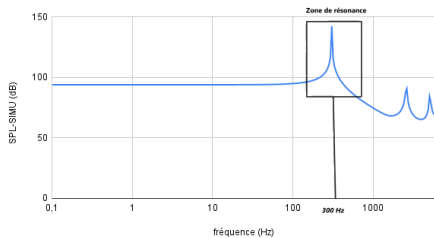


Figure – Résonance-comsol-RH

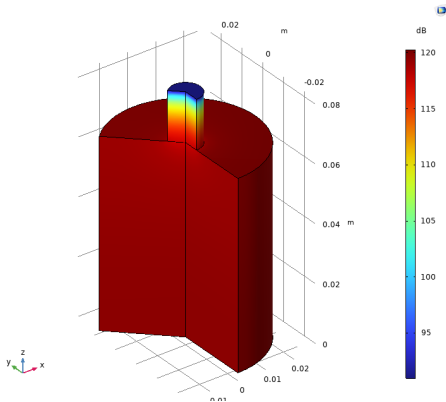


Figure – RH à 300Hz

I-Étude du résonateur

Bilan

- Les trois **résonances** coïncident, on peut prédire la résonance et donc dimensionner le RH.
- Q_{exp} respecte les exigences.
- R_{visc} n'est pas négligeable, difficile de dimensionner le facteur de qualité Q du RH

Q_{exp}	Q_{simu}	Q_{theo}
4 ± 1	45 ± 1	40 ± 1

on peut estimer $R_{visc} = \frac{\omega_0 m}{Q_{exp}}$

$$R_{visc} = (0.0022 \pm 0.0005) \frac{Kg}{s}$$

I-Étude du résonateur

Comparaisons

Ecart et comparaisons

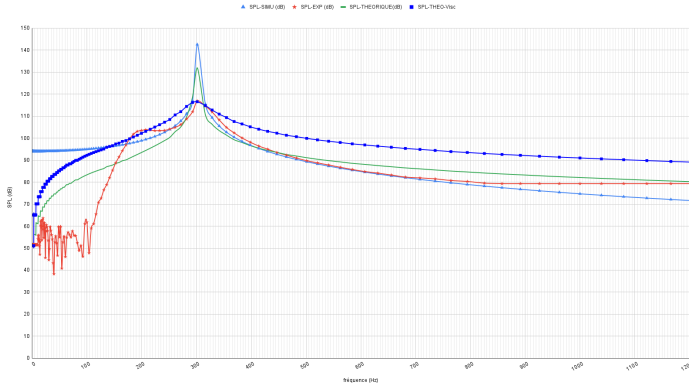


Figure – Comparaisons des résultats des RH

II-Étude du système d'atténuation

Théorie-Transmission Loss

Transmission Loss

Définition :

$$T_L = 10 \log_{10} \frac{W_i}{W_t}$$

- W_i l'énergie de l'onde acoustique incidente
- W_t l'énergie de l'onde acoustique transmise

De plus, en notant I l'intensité sonore $W = IS = \frac{P^2}{2\rho c}$

Transmission Loss

$$TL = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_i}{P_t} \right)$$

II-Étude du système d'atténuation

Théorie-Transmission Loss

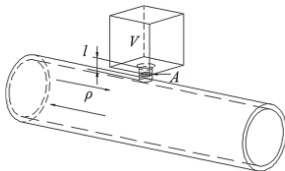


Figure – Modèle du SRH

- D'après [10] et la méthode des 4 pôles. :

TL

$$TL = 20 \log \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{\rho_{\text{air}} c}{S_d Z} \right| \right)$$

II-Étude du système d'atténuation

Théorie-Transmission Loss

TL-THEORIQUE

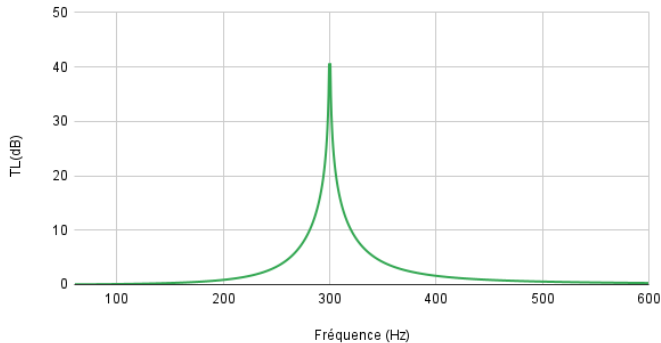


Figure – TL-THEORIQUE

II-Étude du système d'atténuation

Simulation-COMSOL du SRH

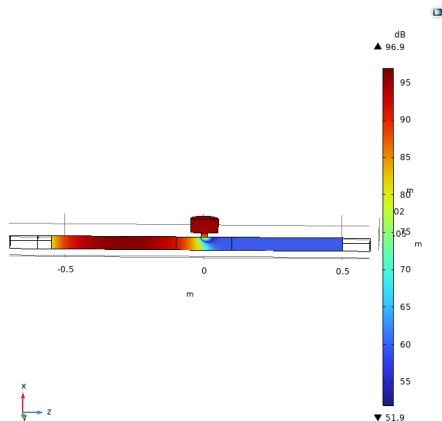


Figure – SRH à 300Hz

Transmission Loss COMSOL

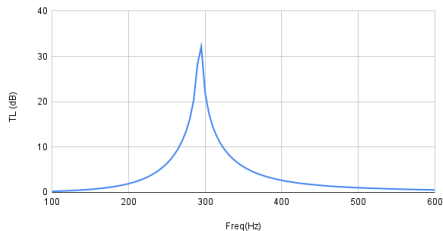


Figure – TL simulation Comsol

II-Étude du système d'atténuation

Protocole-expérimental

- On modélise les tuyaux d'échappement par des tubes (PVC). Des tubes Kundt (0.56 m) résonnant à 300Hz

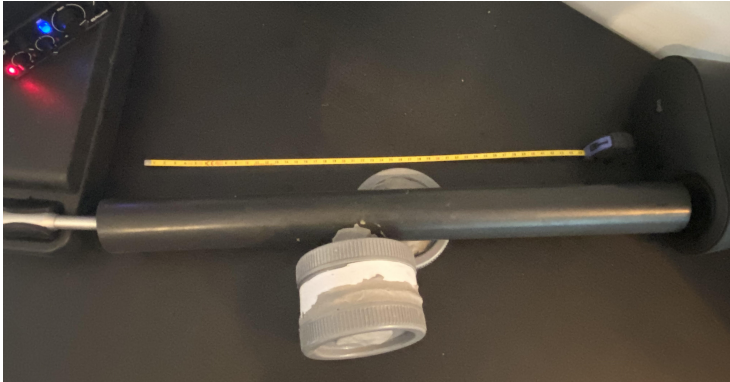


Figure – Expérience SRH

II-Étude du système d'atténuation

resultat experimental du SRH en SPL

- on obtient alors

Réponse du système d'atténuation

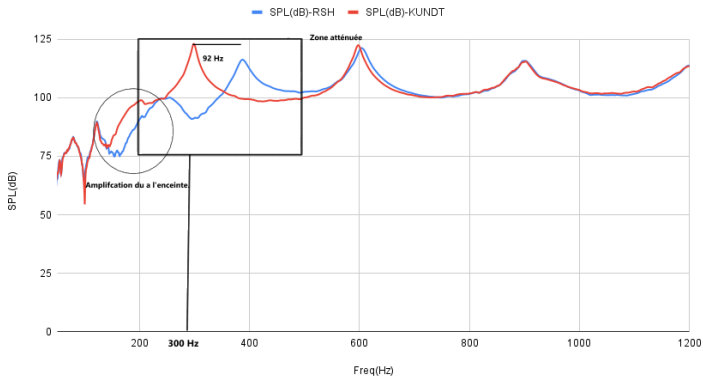


Figure – SPL-SRH

II-Étude du système d'atténuation

resultat experimental du SRH en TL

Transmission Loss

$$TL = SPL_{Kundt} - SPL_{Rhs}$$

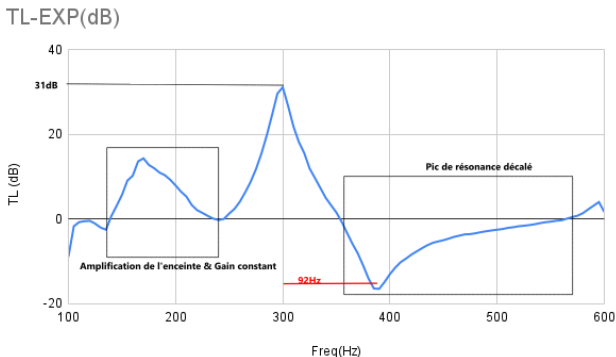


Figure – SRH TL-EXP

II-Étude du système d'atténuation

Écart

Ecart Transmission Loss

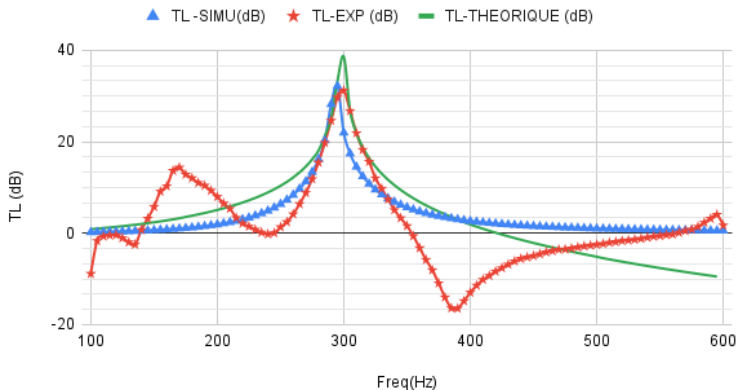


Figure – Écarts SRH

II-Étude du système d'atténuation

Bilan

- Le SRH respecte l'exigence d'atténuation.
- L'anti résonnance provenant du couplage Tube de Kundt, RH peut reprovoquer le droning.

III-Modulation de la fréquence propre du SRH

Couplage de RH-experimentale



Figure – DSRH expérimentale

III-Modulation de la fréquence propre du SRH

Couplage de RH-experimental

Mesure du couplage de RH

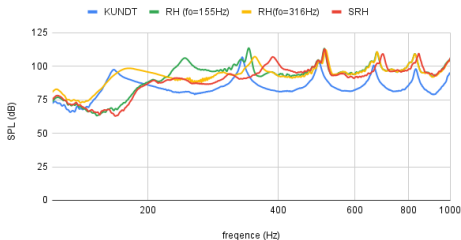


Figure – Courbe DRSH expérimental

TL-exp-srh-couplée

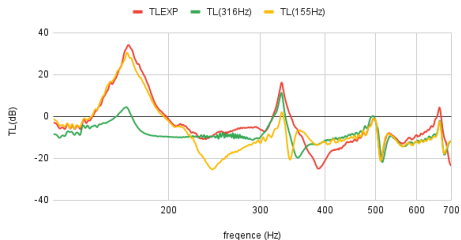


Figure – TL DRSH expérimental

III-Modulation de la fréquence propre du SRH

Couplage de RH-théorique

- Avec l'impédance (5.4) et [10] on peut tracer le TL du DSRH
- On utilise Z_{eq} des résonateurs en parallèles

Transmission Loss

$$TL = 20 \log \left(\frac{1}{2} \left| 2 + \frac{\rho_{air} c}{S_d Z_{eq}} \right| \right)$$

TL-THEORIQUE

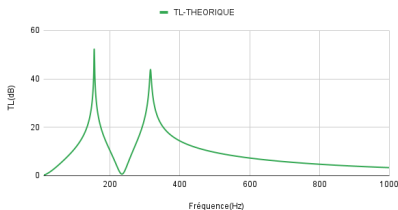


Figure – TL DRSR

III-Modulation de la fréquence propre du SRH

Couplage de RH-Simulation

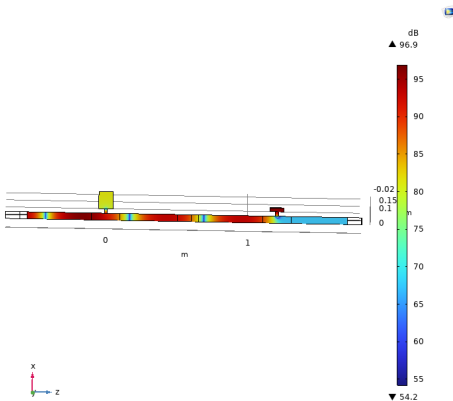


Figure – résonance petit RH(316Hz)

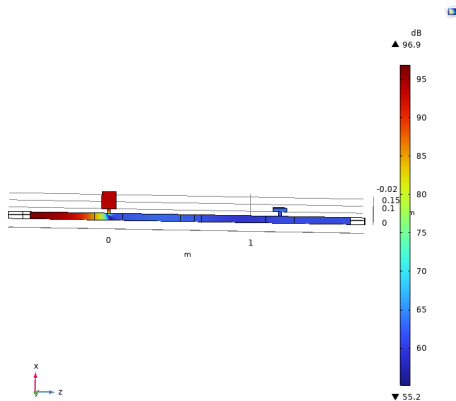


Figure – résonance grand RH(155Hz)

III-Modulation de la fréquence propre du SRH

Couplage de RH Bilan

Ecart du SRH couplé

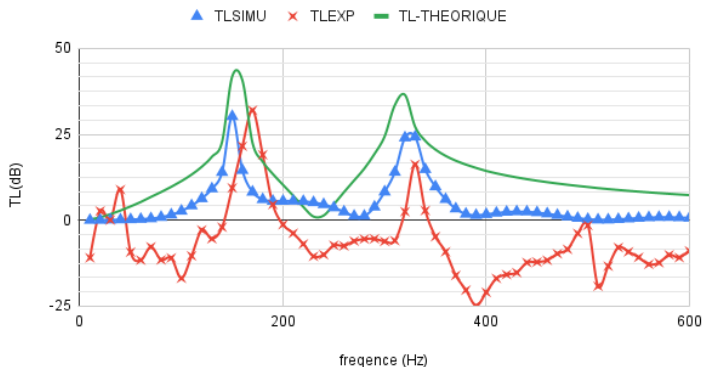


Figure – Comparaisons

- J'ai mis en lumière les propriétés de résonances du RH et trouvé empiriquement une approximation de R_{visc} pour dimensionner Q
- J'ai réalisé un SRH qui respecte les exigences en atténuant à plus de 30dB
- Avec le couplage on peut moduler les résonances du SRH afin de contrer le phénomène d'anti résonance
- Avec tous ces paramètres on peut ainsi installer le SRH ou le DSRH dans une ligne d'échappement afin de contrer une ou plusieurs perturbations.

Conclusion



Figure – SRH sur une SUBARU

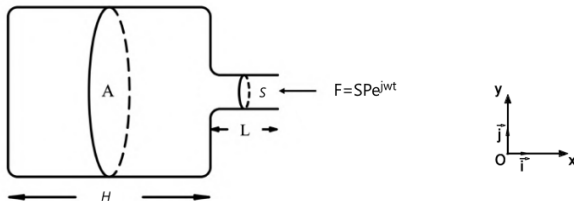


Figure – Schéma du résonateur

Hypothèses

- Le modèle reste applicable si $\lambda \gg L$, $\lambda \gg V^{\frac{1}{3}}$ et $\lambda \gg S^{\frac{1}{2}}$
- Dans le cadre de notre résonateur, la longueur effective du col est la suivante $L' = L + 1.7 * S$

Annexe

Annexe I : Démonstration du mouvement dans le col

Sous l'effet d'une perturbation extérieure $F = SPe^{j\omega t}$, l'équation différentielle régissant l'évolution de ξ L'amplitude d'un petit déplacement de la colonne d'air dans le col est

Équation différentielle du déplacement de ξ , dans le col

$$m \frac{d^2\xi}{dt^2} + R \frac{d\xi}{dt} + K\xi = SPe^{j\omega t} \quad (4)$$

L'impédance mécanique résultante est donnée par

$$Z_m = R + j\left(\omega m - \frac{K}{\omega}\right) \quad (5)$$

La résonance se produit lorsque la réactance tend vers 0.

Pulsation propre

$$\omega_0 = c\sqrt{\frac{S}{LV}} \quad (6)$$

Annexe

Annexe I : Facteur de qualité et Résistance

La résistance radiative s'écrivant d'après [9], en notant k le vecteur d'onde.

$$R = \frac{\rho_0 c k^2 S^2}{2\pi} \quad (7)$$

Par suite le facteur de qualité à la résonance s'énonce de la manière suivante

$$Q = \frac{\omega_0 m}{R} \quad (8)$$

$$Q = c \sqrt{\frac{S}{LV}} * \rho_0 S L * \frac{2\pi}{\rho_0 c \frac{\omega_0^2}{c^2} S^2} \quad (9)$$

$$Q = 2\pi \sqrt{\frac{S}{LV}} \frac{L^2 V}{S^2} \quad (10)$$

Figure 1 :

<https://motordyneengineering.com/product/shockwave-e370z/>
https://patrimoine.auvergnerhonealpes.fr/illustration/IVR82_20134203841NUCA

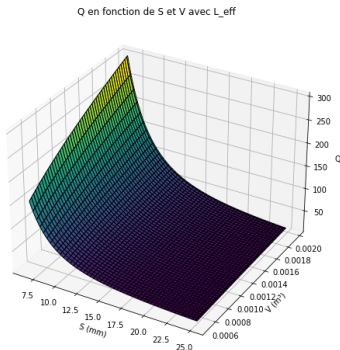


Figure – EVolution de Q

Lorsque le piston est poussé d'une distance ξ , le volume de la cavité change de $\nabla V = -S\xi$ Il s'en suit une condensation $\frac{\nabla \rho}{\rho} = \frac{\nabla V}{V} = \frac{S\xi}{V}$ La pression ainsi augmente (dans l'approximation acoustique)

$$p = \frac{\rho_0 c^2 \nabla p}{p} = \frac{\rho_0 c^2 S \xi}{V} \quad (11)$$

La force f requise pour maintenir le déplacement est $f = Sp = K\xi$ la raideur est

$$K = \frac{\rho_0 c^2 S^2}{V} \quad (12)$$

Annexe

Annexe I : Impédance acoustique

De même on peut introduire un circuit électrique RLC série en tant qu'analogie d'un oscilateur amorti du premier ordre

- La capacité acoustique

$$C_a = \frac{S^2}{K}$$

- La masse acoustique

$$M_a = \frac{m}{S^2}$$

- La résistance acoustique

$$R_a = \frac{R}{S^2}$$

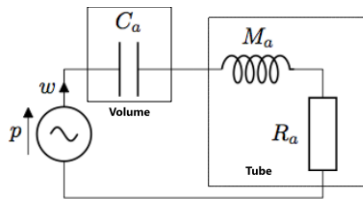


Figure – circuit-RLC

- De même, en notant x le déplacement la masse d'air contenu dans la colonne et $v = \frac{dx}{dt}$ tel que $U = Sv$ et P est la pression de l'excitation en entrée du col

$$Z = \frac{P}{U} = R_a + j(\omega M_a - \frac{1}{C_a}\omega) = Ra + j(\omega \frac{M_m}{S^2} - \frac{K_m}{\omega S^2}) \quad (13)$$

$$Z = Ra + j(\omega \frac{\rho SL}{S^2} - \frac{K_m}{\omega S^2}) = Ra + j \frac{\rho L}{S\omega} (\frac{\omega^2 S}{S} - \frac{c_0^2 S}{LV}) \quad (14)$$

$$Z = \frac{R}{S^2} + j \frac{\rho L}{S\omega} (\omega^2 - \omega_0^2) \quad (15)$$

Annexe

Annexe II : REW-Acquisition audio

- Exemple d'acquisition pour un RH(366Hz)
- Exemple de l'influence du Volume sur Q



Figure – RH(366Hz)



Figure – Variation de Q

Annexe

Annexe II : REW- Incertitude

- Exemple de la décomposition harmonique du signal audio du RH(366Hz). Le noise floor est de 7.31 pourcent estime l'incertitude de mesure à 1 dB

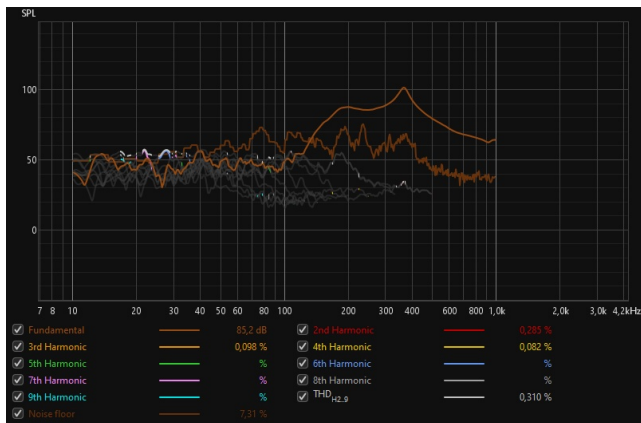


Figure – décomposition spectrale

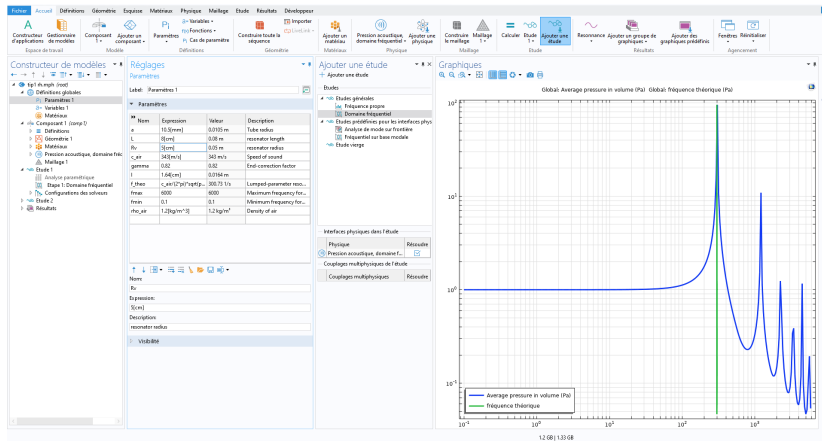


Figure – Comsol-RH

- Code de la fonction qui me permet de superposer tous les résultats obtenus

```
def trouver_valeurs_correspondantes(f1, f2, V2):
    valeurs_correspondantes = []

    # Filtrer les valeurs None dans f1, f2 et V2
    f1_filtered = [freq for freq in f1 if freq is not None]
    f2_filtered = [freq for freq in f2 if freq is not None]
    V2_filtered = [valeur for valeur in V2 if valeur is not None]

    for freq1 in f1_filtered:
        # Trouver l'indice le plus proche dans la liste f2_filtered
        indice_plus_proche = min(range(len(f2_filtered)), key=lambda i: abs(f2_filtered[i] - freq1))

        # Ajouter la valeur correspondante de V2_filtered
        valeurs_correspondantes.append(V2_filtered[indice_plus_proche])

    return valeurs_correspondantes
```

• Code pour tracer RH-théorique

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

# Paramètres du résonateur
V_cm3 = 706.9 # Volume en cm^3
l_cm = 1.6 # Longueur du col en cm
r_mm = 10.5 # Rayon du col en mm
f0_Hz = 300 # Fréquence de résonance en Hz

# Conversion des unités
V_m3 = V_cm3 * 1e-6 # Convertir cm^3 en m^3
l_m = l_cm * 0.01 # Convertir cm en m
r_m = r_mm * 0.001 # Convertir mm en m

# Paramètres additionnels
rho_air = 1.2 # Masse volumique de l'air en kg/m^3
Ra = 0.0001 / (np.pi * r_m**2)**2 # résistance acoustique

# Paramètres pour le tracé
frequency_values = np.linspace(1, 2000, 500) # Fréquence en Hz

# Calcul de l'impédance
omega_values = 2 * np.pi * frequency_values
```

Annexe

Annexe IV : Python

```
impedance = Ra +  
(1j/omega_values*(np.pi * r_m**2)) * (rho_air*10**-6 * l_m*(1)) / ( V_m3) * (omega_values**2 -  
(2 * np.pi * f0_Hz)**2)  
  
# Calcul du gain (module de l'impédance)  
gain_values = 20 * np.log10(np.abs(1/impedance))+70  
  
# Création d'un DataFrame avec les données  
df = pd.DataFrame({'Fréquence (Hz)': frequency_values,  
                  'Gain (dB)': gain_values})  
  
# **Identification du point maximum**  
gain_max = gain_values.max()  
index_max = gain_values.argmax()  
f_max = frequency_values[index_max]  
  
# Export vers un fichier CSV  
df.to_csv('donnees_resultat_resonateur5.csv', index=False)  
  
# Tracer le diagramme de Bode - Gain  
plt.figure(figsize=(10, 6))  
plt.semilogx(frequency_values, gain_values)  
plt.title('Diagramme de Bode - Gain')  
plt.xlabel('Fréquence (Hz)')  
plt.ylabel('Gain (dB)')  
plt.grid(True)  
  
plt.show()
```

